ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ

ЧЕЛЯБИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

539.3/.6(07)
С23

Сбитнев В.Ф.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА И КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ОСНОВАМ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ

Методические указания
для студентов-заочников специальности ПГС

Челябинск
1994

Государственный комитет
Российской Федерации по высшему образованию

Челябинский государственный технический университет
Кафедра строительной механики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА И КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ОСНОВАМ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ

Методические указания
для студентов-заочников специальности ПГС

Челябинск
Издательство ЧГТУ
1994

УДК 539.3/.6(075)

Рабочая программа и контрольная работа по Основам теории упругости и пластичности: Методические указания для студентов-заочников специальности ПГС/Составитель В.Ф.Сбитнев. - Челябинск: ЧГТУ, 1994. - 16 с.

ISBN 5-696-00081-9

Настоящее пособие содержит общие методические указания по изучению дисциплины, рабочую программу, рекомендуемую литературу, контрольную работу и методические указания к выполнению и оформлению её по Основам теории упругости и пластичности.

Работа предназначена для студентов-заочников специальности "Промышленное и гражданское строительство".

Ил. 4, табл. 4, список лит. - II назв.

Одобрено учебно-методической комиссией архитектурно-строительного факультета.

Рецензент Н.М.Кононов

ISBN 5-696-00081-9

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Курс "Основы теории упругости и пластичности", на проработку которого отводится учебным планом 90 часов, изучается студентом-заочником самостоятельно в 7 семестре по учебникам и по учебным пособиям после изучения дисциплины "Сопротивление материалов". По основным разделам курса в начале семестра для студентов-заочников читается курс установочных лекций (8 часов) и проводятся практические занятия (6 часов).

В течение семестра на кафедре организуются консультации по теории предмета и решению задач. Консультации проводятся на кафедре "Строительной механики" (ауд.602) по расписанию, согласованному с деканатом заочного факультета, преподавателями, работающими на факультете.

Освоение курса "Основы теории упругости и пластичности" должно сопровождаться составлением конспекта, решением задач, указанных в рекомендованной литературе. Если при решении задач возникнут затруднения, следует воспользоваться имеющимися в рекомендованной литературе указаниями и решениями. Но обязательно следует научиться решать задачи самостоятельно.

Нужно также основательно разобраться в выводах основных выражений, обратив особое внимание на физическую сущность рассматриваемых вопросов и на те ограничения и допущения, которые принимаются в процессе выводов формул.

Каждый студент-заочник по важнейшим разделам курса выполняет одну контрольную работу, состоящую из 4-х задач по следующим темам:

1) основные уравнения теории упругости (2 задачи);

2) изгиб пластинок (2 задачи).

Необходимо иметь в виду, что самостоятельное выполнение контрольной работы имеет первостепенное значение для усвоения дисциплины.

Выполненную контрольную работу студент незамедлительно высылает в университет (методический кабинет заочного факультета) с тем, чтобы появившиеся указания, ошибки и замечания преподавателя по работе своевременно учесть, исправить ошибки и составить дополнения к работе. Срок предоставления работы должен соответствовать учебному графику работы студента в семестре и не позднее начала сессии. Если контрольная работа будет прислана позднее указанного срока, то преподаватель не сможет своевременно её проверить и студент не будет допущен к экзамену (зачету). Поэтому не следует откладывать выполнение контрольной работы на конец семестра.

В конце семестра во время сессии по дисциплине студент сдает зачет. Для допуска к зачету студенту необходимо правильно выполнить контрольную работу и защитить её, показав хорошие познания и умение самостоятельно решать задачи по разделам курса.

Студенты-заочники специальности ПГС по "Основам теории упругости и пластичности" сдают один зачат за весь курс. Экзаменационный билет включает в себя теоретический вопрос из программы курса и одну задачу.

На зачет студент должен явиться с выполненной и зачтеной контрольной работой и рецензией; на зачете он должен показать усвоение основных понятий, умение решать задачи, знание выводов основных формул.

Ниже приводится перечень рекомендованной литературы и рабочая программа по темам. В предлагаемой литературе освещены все вопросы рабочей программы. В конце каждой темы даны ссылки на учебную литературу с указанием глав и параграфов, в которых наиболее полно освещены вопросы данной темы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести.-М.:Высшая школа,1968. -512с.

2. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности.-М.:Высшая школа,1970. -288с.

3. Киселев В.А. Плоская задача теории упругости.-М.:Высшая школа, 1976. -152с.

4. Теребушко О.И. Основы теории упругости и пластичности.-М.:Наука, 1984. - 320с.

5. Александров А.В.,Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности.-М.:Высшая школа,1990. - 398с.

6. Тимошенко С.П.,Гудьер Дж. Теория упругости.-М.:Наука,1975.-576с

7. Тимошенко С.П.,Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. -М.: Физматгиз,1963. -636с.

8. Колкунов Н.В. Основы расчета упругих оболочек.-М.:Высшая школа, 1987. -296с.

9. Сбитнев В.Ф. Методы решения задач по теории упругости (учебное пособие к контрольным работам для студентов-заочников).-Челябинск: ЧПИ,1985.-78с.

10. Высоковский В.Л.,Сбитнев В.Ф. Расчет конструкций по несущей способности:Учебное пособие.-Челябинск:ЧПИ,1975.-76с.

11. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов.-М.:Наука,1974.-559с.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Тема I. Введение

Теория упругости и пластичности. Её задачи и методы. Связь теории упругости и пластичности с другими дисциплинами расчетно-теоретического цикла. Исторический очерк развития дисциплины. Математическая и прикладная теория упругости и пластичности. Основные гипотезы и допущения, принимаемые в теории упругости и пластичности. Принцип Сен-Венана.

Литература: [I,гл.I]; [2,введение,§5.9]; [3, введение]; [5, введение,§2.8]; [9,введение].

Тема 2. Основные уравнения теории упругости

Три группы основных уравнений.

Теория напряжений. Понятие о напряжениях. Обозначения компонент напряжений. Правило знаков. Дифференциальные уравнения равновесия твердого тела - уравнения Навье. Статические условия на поверхности тела.

Геометрические уравнения. Понятие о перемещениях и деформациях. Обозначения компонентов перемещения и деформаций. Правило знаков. Дифференциальные зависимости между компонентами деформации и перемещений - соотношения Коши. Уравнения неразрывности деформаций - уравнения Сен-Венана. Механический и энергетический смысл уравнений неразрывности деформаций.

Физические уравнения. Обобщенный закон Гука. Различные выражения обобщенного закона Гука. Потенциальная энергия деформации; удельная потенциальная энергия.

Основные уравнения теории упругости. Постановка задачи в теории упругости и пластичности. Методы решения уравнений. Теорема о единственности решения.

Литература: [I,§2.01-2.13;3.02-3.10;4.01-4.04];[2,§I.I-I.5;II.2;2.I-2.3;3.I-3.3;4.I-4.4:5.5;II.2;II.13];[3,§4-12 ; 5,§2.I-2.7];[9,§2-9].

Тама 3. Плоская задача теории упругости в прямоугольных координатах

Плоское напряженное состояние. Плоская деформация. Основные уравнения плоской задачи. Разрешающее уравнение в напряжениях. Функция напряжений Эри. Граничные условия. Бигармоническое уравнение плоской задачи. Частные случаи функции напряжений.

Примеры использования функции напряжений в полиномах. Простейшие задачи, решаемые в полиномах: растяжение, сдвиг, изгиб; изгиб консоли; изгиб балки на двух опорах; расчет треугольной подпорной стенки.

Решение плоской задачи с помощью одинарных тригонометрических рядов. Численные методы решения задач теории упругости (понятие о методе конечных разностей и методе конечного элемента).

Л и т е р а т у р а: [I,§8.0I-8.07;II.0I-II.05;II.I3]; [2,§5.I-5.9]; [3,§I3-26]; [4,§4.I-4.8]; [9,§I0-I6].

Тема 4. Плоская задача теории упругости в полярных координатах

Обозначение компонентов перемещения, деформаций и напряжений в полярных координатах. Статические уравнения. Геометрические соотношения. Физические уравнения. Уравнения неразрывности деформаций. Бигармоническое уравнение в полярных координатах.

Задачи теории упругости в полярных координатах: расчет толстостенной трубы (задача Ляме); чистый изгиб кривого бруса (задача К.С.Головина); сжатие и изгиб бесконечного клина; действие силы на полуплоскость; изгиб прямоугольных, треугольных и трапециевидных плотин.

Л и т е р а т у р а: [I,§9.0I-9.05;II.06-II.II;I2.05]; [2,§6.I-6.I3]; [3,§29-37]; [4,§4.II-4.I3]; [9,§I7-2I].

Тема 5. Изгиб прямоугольных пластинок

Прикладная теория упругости. Классификация пластинок. Основные определения, понятия и гипотезы, принятые в технической теории тонких и жестких пластинок. Перемещения, деформации и напряжения в пластинке, выраженные через уравнение прогибов. Усилия в пластинке. Выражение усилий через прогибы. Дифференциальное уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки. Условия на контуре пластинки (граничные условия) для различных случаев опирания.

Простейшие задачи изгиба прямоугольных пластинок: чистый изгиб пластинки; цилиндрический изгиб пластинки; эллиптическая пластинка, защемленная по контуру.

Расчет пластинок в двойных тригонометрических рядах (решение Навье) и одинарных тригонометрических рядах (решение М.Леви).

Л и т е р а т у р а: [I,§5.0I-5.I0]; [2,§7.I-7.I0]; [5,§6.I-6.I0]; [9,§22-29]; [7].

Тема 6. Изгиб круглых осесимметричных пластинок

Обозначения усилий, напряжений и деформаций. Осесимметричная деформация. Выражение напряжений, перемещений, деформаций и усилий через прогиб пластинки. Уравнение равновесия. Разрешающее уравнение изогнутой поверхности пластинки. Граничные условия для различных случаев опирания пластинки по контуру. Интеграл разрешающего уравнения; различные формы его записи и применения. Частное решение.

Простейшие задачи: чистый изгиб сплошной круглой пластинки; сплошная круглая пластинка под действием различных нагрузок (равномерно распределенной нагрузки, сосредоточенной силы и т.д.) с различными условиями опирания по контуру (защемленный край, шарнирно-опертый край).

Кольцевая пластинка с различными условиями закрепления по контуру и с различными нагрузками. Пластинки с жестким центром и с подвижной заделкой.

Литература: [I,§15.I2-15.I3]; [2,§7.I2-7.I3]; [5,§6.I4-6.I5]; [9,§30-34]; [7]; [II,§65,66].

Тема 7. Расчет оболочек вращения по безмоментной теории

Классификация оболочек. Оболочки вращения. Основные понятия и допущения, принимаемые в технической теории расчета тонких оболочек. Понятие о краевом эффекте. Моментное и безмоментное состояния.

Расчет оболочек вращения на осесимметричную нагрузку по безмоментной теории. Условия безмоментной работы оболочек. Разрешающие уравнения: уравнение Лапласа и зоны. Теоремы об определении равнодействующей от газового давления и давления жидкости.

Простейшие задачи: шар под действием газового давления; коническая оболочка, нагруженная жидкостью; полусфера под действием собственного веса.

Литература: [2,§I0.I-I0.3]; [5,§7.I; 7.2; 7.I0]; [7]; [8]; [II,§64].

Тема 8. Основы теории пластичности

Основные определения и понятия. Две задачи теории пластичности. Активная и пассивная деформации. Простое и сложное нагружение. Теорема о разгрузке. Уравнения теории напряжений и деформации для задач теории пластичности. Условие пластичности. Теория малых упругопластических деформаций. Постановка задачи теории пластичности.

Плоская задача идеально пластического материала. Простейшие задачи теории пластичности: кручение стержня круглого сечения; чистый изгиб прямого бруса; пластическое равновесие толстостенного кольца и сферического сосуда под газовым давлением.

Понятие о расчетах по несущей способности. Несущая способность пластин в том числе и полигональных.

Литература: [I,§5.0I-5.05; I7.0I-I7.05; I8.0I; I8.03-I8.05; I8.07; I8.II]; [2,§II.I-II.8; I2.I-I2.3]; [5,§I0.I-I0.7; I0.I2; I0.I3; I0.I8; I0.I9]; [I0].

УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа должна выполняться в строгом соответствии с планом-графиком изучения курса "Основы теории упругости и пластичности" при соблюдении следующих требований.

I. Контрольная работа студентом выполняется по варианту. Вариант задания определяется в соответствии с личным номером (шифром) студента. При этом используются последние четыре цифры шифра зачетной книжки. Например, при шифре ПГС 92-I85 вариант задания -2I85 (в задаче I следует принять: ℓ=I,3 м; h/ℓ =0,80; а=2,8; в=I,8; грани 2-3 и 0-3; $\varphi = a(x^3y^2 - xy^4) + в \cdot x^2y$).

Работа, выполненная не по варианту, неаккуратно или с нарушениями нижеприведенных правил, не засчитываеся и возвращается студенту без проверки.

2. Прежде чем приступать к решению задач, входящих в контрольную работу, необходимо изучить соответствующие темы курса. Если основные положения теории усвоены слабо и не проработаны разобранные в учебной литературе примеры, при выполнении контрольной работы возникнут большие затруднения.

Несамостоятельно выполненное задание не даст знания, и, следовательно, затраченное на них время является потерянным и для студента и для преподавателя (рецензента).

3. В заголовке контрольной работы должны быть указаны: фамилия и инициалы студента, факультет, специальность, номер академической группы, номер зачетной книжки (учебный шифр), дата отсылки работы, точный почтовый адрес.

4. Контрольная работа должна быть оформлена на стандартных листах бумаги (размер 2I0х300 мм) и сброшюрована в альбом с обложкой из твердой бумаги (ватмана). Текстовую часть, схемы, эпюры необходимо выполнять на одной стороне листа, страницы работы должны быть пронумерованы. Возможно использование линованой писчей или миллиметровой бумаги.

5. Работа оформляется чернилами (не красными), четким почерком, с полями по 50 мм для замечаний рецензента.

6. Перед решением каждой задачи необходимо вычертить заданную схему и указать на ней все размеры и нагрузки в числах. При вычерчивании схем и эскизов необходимо соблюдать масштабные соотношения. Не нужно указывать на схеме те нагрузки, размеры и другие данные, которые согласно варианта задания равны нулю. Если негрузка в таблице вариантов задана с минусом, это значит, что в расчетной схеме её нужно направить в противоположную сторону по сравнению с показанной

на схеме, и указать величину, опустив знак.

7.Решение должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными пояснениями и четкими чертежами (эскизами), на которых все входящие в расчет величины должны быть показаны.

8. Каждый пункт решения должен содержать расчетную формулу, цифровое повторение этой формулы и ответ. На эпюрах должны быть проставлены значения всех характерных ординат и размерности.

9. Точность вычислений должна соответствовать точности заданных исходных величин, что обеспечивается промежуточными вычислениями с точностью до 4-х значащих цифр.

10. Решение каждой задачи контрольной работы должно быть тщательно проверено. Следует оценивать правдоподобность полученных результатов.

11. Получив после проверки (рецензирования) контрольную работу, следует внимательно ознакомиться с замечаниями рецензента, если они имеются, и внести соответствующие исправления и дополнения.

12. Если работа не зачтена, необходимо исправленное решение всей задачи или её части привести в той же тетради в разделе "Работа над ошибками". Нельзя стирать или заклеивать отмеченные рецензентом ошибки.

Исправленная контрольная работа целиком представляется на повторную проверку. Исправления, направленные на рецензию отдельно от работы, не рассматриваются.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Задача № I

Дана прямоугольная невесомая балка-полоса (рис.I) длиной ℓ, высотой h и толщиной, равной I. Начало координат 0 принято в нижнем левом углу. Выражения для функции напряжений φ и числовые значения к задаче нужно взять из таблицы I. Требуется:

1. Проверить, может ли предлагаемая функция напряжений $\varphi(x,y)$ приемлема для решения плоской задачи теории упругости.
2. Найти выражения для напряжений σ_x, σ_y и τ_{xy} решаемой задачи.
3. Вычислить напряжения в трех указанных точках (точки A, B и C).
4. Выявить загружение пластинки на двух из четырех граней полосы, указанных в таблице I, и дать их изображение на рисунке (схеме).

Методические указания к задаче № I

I. Для проверки пригодности функции напряжений $\varphi(x,y)$ при решении плоской задачи теории упругости используется бигармоническое уравнение

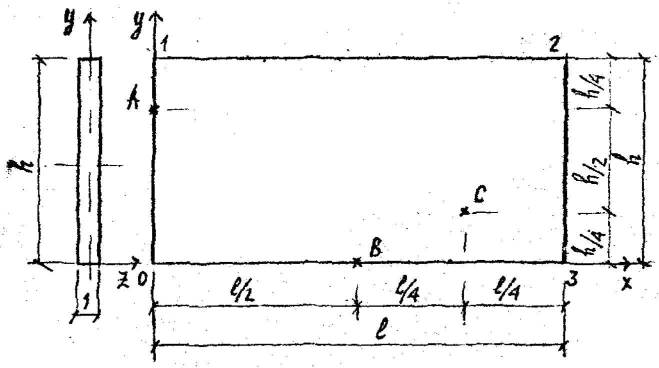


Рис. I

Таблица I

Цифры варианта	Порядковый номер цифры варианта					
	I	2	3		4	
	l, м	$\frac{h}{l}$	а	в	сторона полосы	$\varphi(x,y)$
I	I,2	0,80	2,I	I,I	2-3, I-2	$a(x^4-y^4)+вx^2y$
2	I,3	0,75	2,2	I,2	0-3, I-0	$aX^2-в(x^2y^2-y^5/5)$
3	I,4	0,70	2,3	I,3	0-I, I,2	$a(x^2y^2-y^4/3)+вxy^2$
4	I,5	0,65	2,4	I,4	I-2, 2-3	$ax^3+в(xy^4-x^5/5)$
5	I,6	0,60	2,5	I,5	2-3, 0-3	$a(x^3y^2-xy^4)+вx^2y$
6	I,7	0,55	2,6	I,6	0-3, 2-3	$a(-x^4+y^4)-вxy^3$
7	I,8	0,50	2,7	I,7	0-I, 0-3	$-ay^2+в(x^2y^3-y^5/5)$
8	I,9	0,45	2,8	I,8	I-2, 0-I	$-ax^3y+в(x^2y^2-x^4/3)$
9	2,0	0,85	2,9	I,9	0-3, 0-I	$a(x^4y-y^5/5)+вxy$
0	2,I	0;90	3,0	2,0	2-3, I-2	$axy^3+в(x^2y^3-x^4y)$

$$\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4}=0.$$

2. Аналитические выражения нормальных и касательных напряжений находятся по следующим формулам

$$\sigma_x=\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2};\quad \sigma_y=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2};\quad \tau_{xy}=-\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}.$$

3. Внешние силы (нагрузки нормальные и касательные), приложенные ко всем граням полосы-балки, определяются с использованием условий на поверхности тела (статические граничные условия):

$$p_{x\nu}=\sigma_x l+\tau_{xy}m;\quad p_{y\nu}=\tau_{yx}l+\sigma_y m,$$

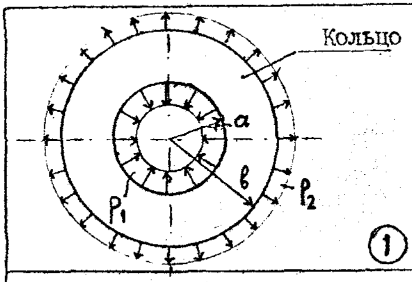
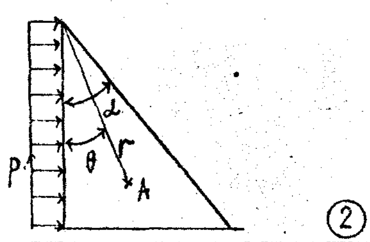
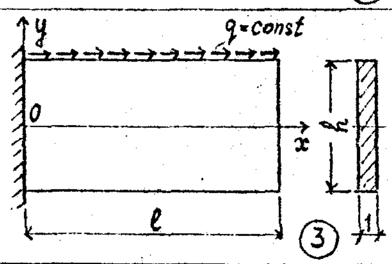
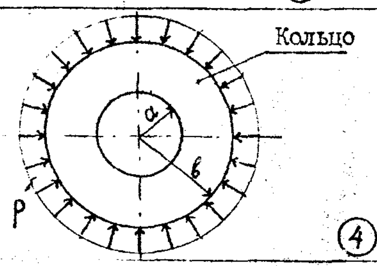
где p_{xy}, p_{yy} – проекции на ось Ox и Oy соответственно внешних сил, действующих на гранях полосы-балки: ν -нормаль к грани; $l=\cos(x,y)$, $m=\cos(y,\nu)$ – направляющие косинусы нормали ν

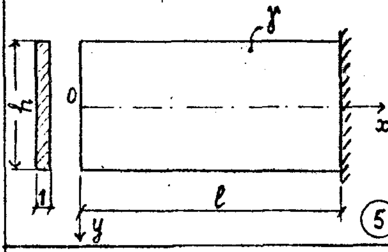
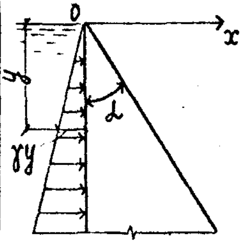
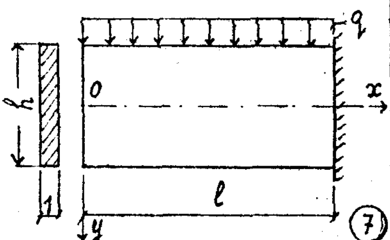
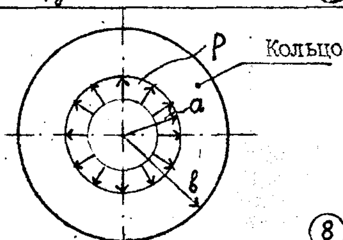
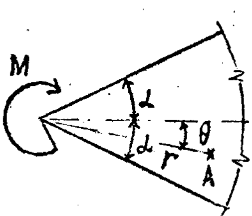
Задача № 2

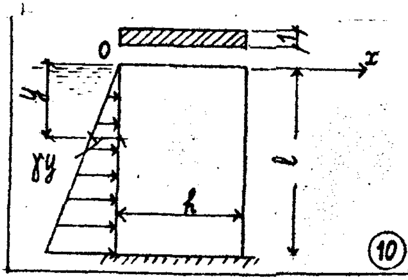
Рассматривается невесомая пластинка единичной толщины (рис. 2). Заданы формулы напряжений. Данные задачи приведены в таблице 2. Требуется:

1. Установить, удовлетворяют ли предложенные зависимости для напряжений уравнениям теории упругости.

2. Проверить, точно ли удовлетворяются краевые (поверхностные) условия. Полученный результат прокомментировать.

	$\sigma_r = \frac{1}{b^2-a^2}\left[(p_2 b^2 - p_1 a^2) + \frac{a^2 b^2 (p_1 - p_2)}{r^2}\right];$ $\sigma_\theta = \frac{1}{b^2-a^2}\left[(p_2 b^2 + p_1 a^2) - \frac{a^2 b^2 (p_1 - p_2)}{r^2}\right];$ $\tau_{r\theta} = 0.$
	$\sigma_r = \frac{P}{k}\left(-k + \frac{tg\alpha}{2} - \theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta + \frac{1}{2} tg\alpha \cdot \cos\theta\right);$ $\sigma_\theta = \frac{P}{k}\left(-k + \frac{tg\alpha}{2} - \theta + \frac{1}{2}\sin 2\theta - \frac{1}{2} tg\alpha \cdot \cos\theta\right);$ $\tau_{r\theta} = \frac{P}{k}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\theta - \frac{1}{2} tg\alpha \cdot \sin 2\theta\right);$ где $k = tg\alpha - \alpha$
	$\sigma_x = q\frac{l-x}{h}\left(1 + 6\frac{y}{h}\right);$ $\sigma_y = 0;$ $\tau_{xy} = \frac{q}{h}\left(y + \frac{3y^2}{h} - \frac{h}{4}\right).$
	$\sigma_r = \frac{p b^2}{b^2-a^2}\left(\frac{a^2}{r^2} - 1\right);$ $\sigma_\theta = -\frac{p b^2}{b^2-a^2}\left(\frac{a^2}{r^2} + 1\right);$ $\tau_{r\theta} = 0.$

 5	$\sigma_x=\frac{6\gamma}{h^2}\left(\frac{2}{3}y^2-x^2-\frac{h^2}{10}\right)y;$ $\sigma_y=-2\gamma\left(\frac{y^2}{h^2}-\frac{1}{4}\right)y;$ $\tau_{xy}=6\gamma\left(\frac{y^2}{h^2}-\frac{1}{4}\right)x.$
 6	$\sigma_x=-\gamma y;$ $\sigma_y=\frac{\gamma}{tg^2\alpha}\left(y-\frac{2}{tg\alpha}x\right);$ $\tau_{xy}=-\frac{\gamma}{tg^2\alpha}x.$
 7	$\sigma_x=\frac{6q}{h^3}\left(\frac{2}{3}y^2-x^2-\frac{h^2}{10}\right)y;$ $\sigma_y=\frac{6q}{h^3}\left(\frac{h^2}{4}y-\frac{y^3}{3}-\frac{h^2}{12}\right);$ $\tau_{xy}=-\frac{6q}{h^3}\left(\frac{h^2}{4}-y^2\right)x.$
 8	$\sigma_r=\frac{pa^2}{b^2-a^2}\left(1-\frac{b^2}{r^2}\right);$ $\sigma_\theta=\frac{pa^2}{b^2-a^2}\left(1+\frac{b^2}{r^2}\right);$ $\tau_{r\theta}=0.$
 9	$\sigma_r=\frac{2M}{r^2}\cdot\frac{\sin 2\theta}{\sin 2\alpha-2\alpha\cos 2\alpha};$ $\sigma_\theta=0;$ $\tau_{r\theta}=\frac{M}{r^2}\cdot\frac{\cos 2\theta-\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha-2\alpha\cos 2\alpha}.$



$$\sigma_x = -\gamma y\left(1 - \frac{3x^2}{h^2} + \frac{2x^3}{h^3}\right);$$

$$\sigma_y = -\frac{\gamma y}{h^2}\left(\frac{3x}{h} - 1\right) + \gamma y\left(\frac{4x^3}{h^3} - \frac{6x^2}{h^2} + 2{,}4\frac{x}{h} - 0{,}2\right);$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\gamma x}{h}\left(1 - \frac{x}{h}\right)\left[3\frac{y^2}{h} - 0{,}2h + x\left(1 - \frac{x}{h}\right)\right].$$

Рис.2

Методические указания к задаче № 2

I. Для проверки, удовлетворяют ли предложенные формулы напряжений уравнениям теории упругости, следует:использовать уравнения равновесия и неразрывности деформаций:

в задачах I,2,4,8 и 9 в полярных координатах

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{r\theta}}{\partial\theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \\ &\frac{\partial\tau_{\theta r}}{\partial r} + \frac{2\tau_{\theta r}}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta} = 0; \end{aligned}\right\} \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)(\sigma_r + \sigma_\theta) = 0;$$

в задачах 3,5,6,7 и I0 – в декартовых координатах

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} = 0; \qquad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(\sigma_x + \sigma_y) = 0.$$

$$\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} = 0;$$

2. Проверка правильности изображенной на схемах нагрузки производится при помощи статических граничных условий (см. задачу № I).

Задача № 3

Стальная прямоугольная пластинка (рис.3) так или иначе оперта по контуру, изгибается под действием поперечной нагрузки. Коэффициент Пуассона принять равным 0,25. Остальные данные задачи принять по таблице 2. Требуется:

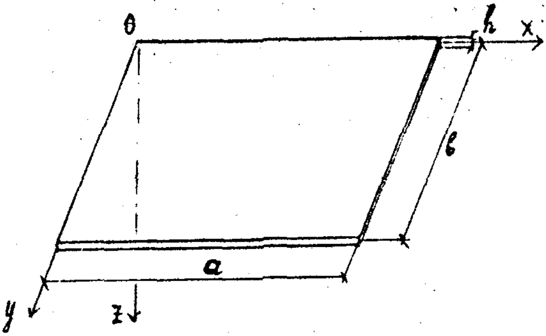


Рис.3

I. Установить пригодность предложенной функции $w(x,y)$ для решения поставленной задачи.

2. Установить, каким граничным условиям удовлетворяет предложенное уравнение прогибов $w(x,y)$ и изобразить их на схеме.

3. Выявить нагрузки, действующие на пластинку и изобразить их на схеме.

Примечание: для всех вариантов принять $C = q/24\mathcal{D}$.

Методические указания к задаче № 3

Таблица 2

Цифры варианта	Порядковый номер цифры варианта					
	1	2	3		4	
	h, мм	l, м	$\frac{a}{l}$	$\frac{b}{l}$	$w(x,y)$	№ схемы к. №2
1	10	1,00	1,1	3,0	$C\cdot x^3$	1
2	12	0,95	1,2	2,9	$C(a-x)^2(b-y)$	2
3	14	0,90	1,3	2,8	$C\cdot x^2y$	3
4	16	0,85	1,4	2,7	$C\cdot xy$	4
5	18	0,80	1,5	2,6	$C(a-x)(b-y)^2$	5
6	20	0,75	1,6	2,5	$C\cdot x^3y$	6
7	22	0,70	1,7	2,4	$C(a-x)(b-y)$	7
8	24	0,65	1,8	2,3	$C\cdot y^3$	8
9	26	0,60	1,9	2,2	$C\cdot xy^2$	9
0	30	0,55	2,0	2,1	$C\cdot xy^3$	10

1. Пригодность предлагаемой функции $w(x,y)$ для решения задачи проверяется подстановкой в дифференциальное уравнение изогнутой поверхности пластинки её производных:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q(x,y)}{\mathcal{D}}.$$

2. Для выявления нагрузки, действующей на пластинку, необходимо: использовать дифференциальное уравнение изогнутой поверхности пластинки; формулы изгибающих и крутящих моментов, поперечных сил

$$M_x = -\mathcal{D}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right); \quad M_y = -\mathcal{D}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right); \quad M_{xy} = -\mathcal{D}(1-\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y};$$

$$Q_x = -\mathcal{D}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right); \quad Q_y = -\mathcal{D}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right).$$

Задача № 4

Стальная круглая кольцевая пластинка с концентрическим вырезом опирается по контуру, как показано на рис.4, и находится под действием нагрузки. Требуется:

1. Найти выражение прогиба $w(r)$.
2. Составить выражения изгибающих моментов M_r и M_θ и для поперечной силы Q_r.
3. Построить эпюры M_r и M_θ для меридианального сечения.
4. Вычислить максимальный прогиб пластинки.

Данные для решения задачи взять из таблицы 3.

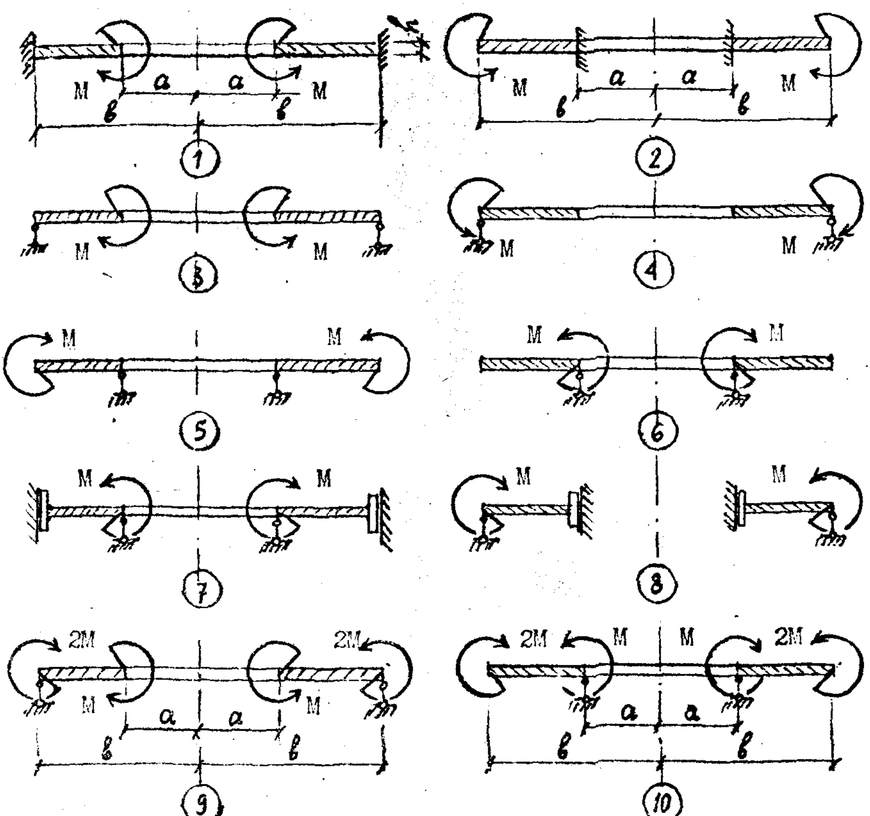


Рис.4

Методические указания к задаче № 4

1. Для отыскания выражения $w(r)$ необходимо воспользоваться общим решением основного дифференциального уравнения изогнутой поверхности круглой пластинки в полярных координатах; используя условия опирания, составить алгебраические уравнения для нахождения постоянных интегрирования; определить постоянные интегрирования из решения системы уравнений.

2. Выражения изгибающих моментов M_r и M_θ получают по следующим выражениям:

$$M_r = -D\left(\frac{d^2w}{dr^2} + \frac{\mu}{r}\frac{dw}{dr}\right); \qquad M_\theta = -D\left(\frac{1}{r}\frac{dw}{dr} + \mu\frac{d^2w}{dr^2}\right).$$

Выражение для Q_r проще найти из рассмотрения равновесия части вырезанной из пластинки.

Для этого сначала из равновесия на вертикальную ось найти вертикальную реакцию в связях, а затем можно рассматривать равновесие любой из частей пластинки.

Таблица 3

Цифры варианта	Порядковый номер цифры варианта						
	I	2		3	4		
	h, мм	μ	ℓ, м	$\frac{M}{\text{кНм/м}}$	$\frac{a}{\ell}$	$\frac{b}{\ell}$	№ схем
I	32	0,26	0,70	0,I8	I,40	2,I0	I
2	34	0,27	0,75	0,I9	I,45	2,20	2
3	24	0,28	0,80	0,I6	I,50	2,30	3
4	26	0,29	0,85	0,20	I,55	2,40	4
5	28	0,30	0,90	0,I3	I,60	2,50	5
6	20	0,29	0,65	0,II	I,65	2,60	6
7	22	0,28	0,60	0,I2	I,70	2,70	7
8	25	0,27	0,95	0,I4	I,75	2,65	8
9	28	0,26	I,00	0,I5	I,80	2,55	9
0	30	0,25	I,05	0,I7	I,85	2,80	I0

Техн. редактор А.В.Миних

Издательство при Челябинском
государственном техническом университете

ЛР №020364. 20.01.92. Подписано в печать 04.02.94. Формат бумаги
60X84 I/16. Печать офсетная. Усл.печ.л. 0,93. Уч.-изд.л. 0,99.
Тираж 300 экз. Заказ 28/71. Цена 60 р.

УОП издательства, 454080, г. Челябинск, пр. им. В.И.Ленина, 76.