Министерство образования и науки Российской Федерации

Южно-Уральский государственный университет

Кафедра прикладной математики

51(07)

М91

Н.В. Муравьева

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА

Практикум для студентов первого курса

Челябинск

Издательский центр ЮУрГУ

2014

УДК 51(075.8)

М91

Одобрено

учебно-методической комиссией механико-математического факультета

Рецензенты:

Е.А. Суховиенко, Г.А. Ларионова

Муравьева, Н.В.

М91 Элементарная математика. Практикум для студентов первого курса. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. – 72 с.

Пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов первого курса, обучающихся по укрупненным группам специальностей и направлений подготовки в областях образования «Математические и естественные науки», «Инженерное дело, технологии и технические науки», «Науки об обществе». В каждой из рассмотренных тем из школьной программы дан теоретический материал, упражнения для самостоятельной работы и задания для закрепления полученных умений и навыков.

УДК 51(075.8)

ВВЕДЕНИЕ

Данное учебное пособие предназначено для подготовки студентов к успешному освоению математики в высшем учебном заведении, ликвидации пробелов и упущений в усвоении понятий элементарной математики на требуемом уровне.

Рабочая тетрадь состоит из заданий, сгруппированных по темам «Вычисления», «Тождественные преобразования алгебраических выражений», «Алгебраические уравнения», «Системы уравнений», «Задачи на проценты», «Задачи на составление математических моделей», «Алгебраические неравенства. Метод интервалов», «Уравнения и неравенства с модулем», «Тригонометрия», «Логарифмы. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства».

В начале каждой темы приведены сведения справочного характера. Задания в теме расположены в порядке повышения уровня сложности. Решение каждого задания следует излагать подробно, располагая вычисления в строгом порядке, в отведенном для этого месте. Решение всех задач должно доводиться до ответа, требуемого условием. В конце каждой темы даны задания для проверки и закрепления полученных знаний и навыков.

Тема 1. ВЫЧИСЛЕНИЯ

Правило умножения дроби на число $\frac{a}{b}\cdot c=\frac{a\cdot c}{b}$

Правило деления дроби на число $\frac{a}{b}:c=\frac{a}{b\cdot c}$

Правило деления числа на дробь $a:\frac{b}{c}=\frac{a\cdot c}{b}$

Правило умножения дробей $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$.

Правило деления дробей $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$

Правило сложения дробей $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot d}+\frac{c\cdot b}{b\cdot d}=\frac{a\cdot d+c\cdot b}{b\cdot d}$

Основное свойство дроби $\frac{a}{b}=\frac{a\cdot d}{b\cdot d}$

Дробь, записанная в виде целого числа и правильной дроби, называется *смешанной дробью* и понимается как сумма этого числа и дроби. *Переход от смешанной дроби к обыкновенной*: $d\frac{a}{b}=d+\frac{a}{b}=\frac{d\cdot b+a}{b}$.

Правило умножения десятичных дробей

Чтобы умножить две десятичные дроби, умножаем числа без учета запятых, а затем отсчитываем с конца полученного числа количество цифр, равное сумме цифр после запятой в обоих перемножаемых числах.

Правило деления на десятичную дробь

Чтобы разделить число на десятичную дробь, надо и в делимом, и в делителе запятую перенести на столько цифр вправо, сколько их в делителе после запятой. После этого выполнить деление на целое число.

Действия с отрицательными и положительными числами:

а) при сложении двух чисел с одинаковыми знаками складываются их абсолютные величины (числа без учета знака) и перед суммой ставится общий знак;
б) при сложении двух чисел с разными знаками их абсолютные величины вычитаются (из большей меньшая) и ставится знак числа с большей абсолютной величиной.
в) при умножении двух чисел их абсолютные величины умножаются, а произведение принимает знак «+», если знаки сомножителей одинаковы, и знак « – » , если знаки сомножителей разные.
Арифметическим корнем n-ой степени из числа a ($a \geq 0$), обозначение: $\sqrt[n]{a}$, называется такое неотрицательное число x, что $x^n = a$ (n – натуральное число, $n > 1$). Из определения следует, что $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$.

Свойства: ($a \geq 0$, $b \geq 0$)

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$;
2. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \ b \neq 0;$
3. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$;
4. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$;
5. $\sqrt[n \cdot m]{a^{k \cdot m}} = \sqrt[n]{a^k}$;

Степень с рациональным показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n}, \qquad a^0 = 1, \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \qquad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Свойства:

1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ 2. $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^q$ 3. $\left(a^p\right)^q = a^{p \cdot q}$

4. $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ 5. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p} \left(a^p\right)^q = a^{p \cdot q}$

1.1	**Вычислить** $-\frac{5}{3}\cdot 7-\frac{6}{7}:3+\frac{15}{21}:5;$ Выполните первое действие: $-\frac{5}{3}\cdot 7=$ Выполните второе действие: $\frac{6}{7}:3=$ Выполните третье действие: $\frac{15}{21}:5=$ Выполните последнее действие: Ответ:
1.2	**Вычислить** $\frac{0,1}{0,01}\cdot 0,06+\frac{0,2}{0,001}\cdot 0,004+\frac{0,4}{0,02}\cdot 0,05;$ Выполните первое действие: $\frac{0,1}{0,01}\cdot 0,06=$ Выполните второе действие: $\frac{0,2}{0,001}\cdot 0,004=$

	Выполните третье действие: $\frac{0,4}{0,02}\cdot 0,05=$ Выполните последнее действие: Ответ:
1.3	**Вычислить** $\left(\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)-4\left(-\frac{1}{2}\right)\right):\frac{1}{2};$ Выполните вычисления по действиям: 1) 2) 3) 4) Ответ:
1.4	**Вычислить** $\left(101\frac{7}{12}-98\frac{17}{36}\right)\cdot 2,5-4\frac{1}{3}:0,39;$ Выполните действие в скобках. Для упрощения вычислений, вычтите отдельно целую и дробную части:

	$1)101\frac{7}{12}-98\frac{17}{36}=3+\frac{7}{12}-\frac{17}{36}=$ 2) 3) 4) Ответ:
1.5	**Вычислить** $\frac{4}{5}:\frac{8}{15}-\frac{2}{7}\cdot 1{,}75+0{,}5\cdot\frac{4}{25};$ Выполните вычисления по действиям: 1) 2) 3) 4) Ответ:
1.6	**Вычислить значение выражения** $27-3\cdot\sqrt[3]{8}\cdot 4^{\frac{1}{2}}$ Решение:

	Ответ:
1.7	**Вычислить значение выражения** $\frac{27}{8}\cdot\sqrt[3]{64}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2$ Решение: Ответ:
1.8	**Вычислить** $\left(\frac{-\sqrt[4]{5}}{\sqrt{125}}\right)^{-\frac{8}{7}}$ Перейдите от корней к степени и примените ее свойства $125=5^3$ Ответ:
1.9	**Вычислить** $\frac{\left(3,25-\frac{3}{4}\right)\cdot 6,25}{\left(2-0,75\right):\frac{4}{5}}+\frac{\left(5,5-3\frac{3}{4}\right):5}{\left(-2-0,8\right)\cdot 1\frac{3}{4}};$ Выполните вычисления по действиям:

Ответ:

Задания для самопроверки

Вычислить:

1. $\left(\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)-\frac{3}{2}\left(-\frac{3}{4}\right)\right):\frac{3}{4};$

2. $0,364:\frac{7}{25}+\frac{5}{16}:0,125+2,5\cdot 0,8;$

3. $\frac{0,3}{0,01}\cdot 0,7+\frac{0,4}{0,02}\cdot 0,09+\frac{0,7}{0,02}\cdot 0,04;$

4. $\frac{27}{8}\cdot\sqrt[3]{125}:\left(\frac{3}{4}\right)^2$

5. $\frac{0,128:3,2+0,86}{\frac{5}{6}\cdot 1,2+0,8}\cdot\frac{\left(1\frac{32}{63}-\frac{13}{21}\right)\cdot 3,6}{0,505\cdot\frac{2}{5}-0,002}$

Ответы: **1.** $\frac{7}{4}$; **2.** 5,8; **3.** 24,2; **4.** 30; **5.** 8.

Тема 2. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Правила сокращенного умножения

1. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
3. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
4. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
7. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
8. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

Разложение квадратного трехчлена на множители

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1, x_2 – корни квадратного трехчлена, $D = b^2 - 4ac$, $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Дополнение квадратного трехчлена до полного квадрата

$$x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$

2.1	**Разложить многочлен на множители** $a^3 - 4a$; Вынесите общий множитель за скобку: $a^3 - 4a =$____________________= Примените формулу разность квадратов: =____ Ответ: [ ]

2.2	**Разложить многочлен на множители** x^5+8x^2; Вынесите общий множитель за скобку: $x^5+8x^2=$ ________________________= Примените формулу сумма кубов: =____ Ответ: [ ]
2.3	**Раскрыть скобки и привести подобные слагаемые** $\left(3-2x\right)\left(x^2+x+1\right)$; Выполните умножение каждого члена первой скобки на каждый член второй скобки: $\left(3-2x\right)\left(x^2+x+1\right)=$ ____= Приведите подобные (одночлены с одинаковой буквенной частью): = ____ Многочлен в ответе запишите в стандартном виде, т.е. по убыванию степени. ____ Ответ: [ ]
2.4	**Сократить дробь** $\frac{a^2-6a+5}{a-1}$; Найдите дискриминант квадратного трехчлена: D= ____ и его корни : $a_1=$ ____ $a_2=$ ____ Используйте разложение квадратного трехчлена на множители $a^2-6a+5=$ _____________________________ сократите дробь:

	Ответ:
2.5	**Дополнить до полного квадрата** $x^2-5x+6;$ Используем формулу: $x^2+px+q=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q$, где p – число произвольного знака. Определяем чему равно p = ______________________, чему равно $\frac{p}{2}$ =_________________ . Тогда $x^2-5x+6=$ ___________________________________ = Приведите подобные: ____ Ответ:
2.6	***Дополнить до полного квадрата*** $-4x^2-8x+3;$ Вынесите коэффициент при x^2 за скобку $-4x^2-8x+3=$ _____________________________ Определяем чему равно p = ______________________, чему равно $\frac{p}{2}$ =_________________ . Тогда $-4x^2+8x+3=-4\left((\_\_\_\_\_\_\_\_\_)^2-\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\right)=$ Раскройте внешние скобки и приведите подобные: *Ответ:*

2.7	***Выделить целую часть дроби***

$\frac{x^2+2x-3}{x+1}$;

Деление производим столбиком, для этого выполняем следующие шаги:

1) *Делим старший член числителя на старший член знаменателя: x^2: x= ______, получаем первый член частного.*

2) *Умножаем делитель на полученный выше результат деления: x(x+1)=_________ и записываем результат под делимым*

3) *Вычитаем полученный многочлен из делимого, результат записываем под чертой*

$$\begin{array}{r|l} -\; x^2+2x-3 & \underline{x+1} \\ \underline{x^2+x\quad} & x \\ \boxed{} & \end{array}$$

4) *Повторяем предыдущие три шага, используя в качестве делимого многочлен, записанный под чертой*

Результат деления записываем в виде $\frac{\text{делимое}}{\text{делитель}}=\text{частное}+\frac{\text{остаток}}{\text{делитель}}$:

$\frac{x^2+2x-3}{x+1}=$

Ответ:

2.8	**Выделить целую часть дроби** $\frac{x^3-2x^2-4}{x-1}$; Для выделения целой части, используйте алгоритм деления многочленов столбиком: Результат деления записываем в виде: $\frac{x^3-2x^2-4}{x-1}=$ Ответ:
2.9	**Упростить** $\frac{a-3}{a+3}-\frac{a^2+27}{a^2-9}$; Разложите знаменатель второй дроби на множители: $a^2-9=$ ____________ Общий знаменатель будет равен: _________________________ Дополнительный множитель для первой дроби: ____________ Дополнительный множитель для второй дроби:_____________ Приведите к общему знаменателю и упростите дробь:

	$\frac{a-3}{a+3}-\frac{a^2+27}{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}=$ Ответ:
2.10	**Упростить** $\frac{a^2\cdot\left(b^6\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(a^3\cdot b^{\frac{1}{2}}\right)^4\cdot a^{-14}}$ Примените свойства степени: Ответ:
2.11	**Упростить** $\left(a+b-\frac{2ab}{a+b}\right):\left(\frac{a-b}{a+b}+\frac{b}{a}\right);$ Решение:

Ответ:

Задания для самопроверки

1. Сократите дробь $\dfrac{2a^2+3a-2}{3a^2+a-10}$;
2. Дополнить до полного квадрата a) $-x^2-8x+1$; b) $2x^2-5x+1$
3. Выделите целую часть дроби $\dfrac{x^4-2x}{x-3}$;
4. Упростите $\dfrac{a^2\cdot\left(b^2\right)^{\frac{1}{6}}\cdot a^{-10}}{\left(a^{-3}\cdot b^{\frac{1}{48}}\right)^4\cdot\sqrt{\sqrt[6]{b}}}$;
5. Упростите $\left(x^2-1\right)\cdot\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}+1\right)$;
6. Упростите $\dfrac{4xy}{y^2-x^2}:\left(\dfrac{1}{y^2-x^2}+\dfrac{1}{x^2+2xy+y^2}\right)$.

Ответы: **1.** $\dfrac{2a-1}{3a-5}$; **2.** a) $-(x+4)^2+17$; b) $2\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2-\dfrac{17}{8}$; **3.** $x^3+3x^2+9x+25+\dfrac{75}{x-3}$;

4. $a^4\cdot\sqrt[6]{b}$; **5.** x^2+1; **6.** $2y(y+x)$.

Тема 3. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Простейшие рациональные уравнения

№	Вид уравнения	Условия	Решение
1	линейное $ax = b$ $(a\neq 0)$	b – любое	$x=\frac{b}{a}$
2	квадратное $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$	$D=b^2-4ac>0$	$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$
		$D=b^2-4ac=0$	$x_{1,2}=\frac{-b}{2a}$
		$D<0$	корней нет
3	$x^{2m}=b, m\in N$	b>0	$x_{1,2}=\pm\sqrt[2m]{b}$
		b=0	x=0
		b<0	корней нет
4	$x^{2m+1}=b, m\in N$	b – любое	$x=\sqrt[2m+1]{b}$

Основными методами решения *уравнений высших степеней* являются:

1) Метод разложения на множители:

$$f(x)\cdot g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0, \\ g(x)=0. \end{array}\right.$$

Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю.

2) Метод замены переменной.

При решении *иррациональных уравнений* (переменная стоит под знаком корня или в дробной степени) используют возведение обеих частей уравнения в одинаковую степень. При возведении в четную степень требуется нахождение ОДЗ (область допустимых значений) и ОВР (область возможных решений) или проверка.

Простейшее иррациональное уравнение

$\sqrt{f(x)} = g(x)$ ОДЗ: $f(x) \geq 0$ ОВР: $g(x) \geq 0$

Решение: $f(x) = \left(g(x)\right)^2$

3.1	**Решить уравнение** $\frac{3x+2}{3} - \frac{5-x}{2} = 7 - 2x;$ Чтобы избавиться от дробей умножьте обе части уравнения на 6: Раскройте скобки, приведите подобные и решите линейное уравнение: Ответ:
3.2	**Решить уравнение** $\frac{7}{x+4} + x = 4;$ Найдите ОДЗ (знаменатель не равен 0): ___________________ Перенесите все в одну часть и приведите к общему знаменателю: Примените условие равенства дроби нулю и решите полученное уравнение:

	Ответ:
3.3	**Решить уравнение** $(x+1)(x^2-5x)+6(x+1)=0;$ Вынесите общий множитель за скобку: Примените условие, когда произведение равно нулю и решите каждое из полученных уравнений. Ответ:
3.4	**Решить уравнение** $x^4+8x^2-9=0;$ Сделайте замену переменной $x^2=t$, $t\geq 0$ ____ Дискриминант, полученного квадратного уравнения D= _______________________________________

	корни t_1 = ______________________________ t_2 = ______________________________ Вернитесь к старой переменной и решите полученные уравнения Ответ:
3.5	**Решить уравнение** $\sqrt{2x+7}=5;$ Так как обе части неотрицательны, то можно возвести обе части уравнения в квадрат. Решение: Ответ:
3.6	**Решить уравнение** $x^2-5x+\sqrt{2-x}=6+\sqrt{2-x};$ Найдите ОДЗ – область допустимых решений (подкоренное выражение неотрицательно): Перенесите все в одну часть, приведите подобные и решите полученное уравнение:

	Ответ:
3.7	**Решить уравнение** $\sqrt{x} = 2 - x$ Найдите ОДЗ и ОВР (область возможных решений) ОДЗ**:** ОВР**:** Возведите обе части в квадрат, и решите полученное квадратное уравнение. Не забудьте проверить, принадлежат ли найденные корни ОВР и ОДЗ. Ответ:
3.8	**Решить уравнение** $\frac{2y-2}{y+3} + \frac{y+3}{y-3} = 5$ Решение:

	Ответ:

Задания для самопроверки

1. Решить уравнение $\frac{4-x}{3}-\frac{x-2}{4}=5-x$;
2. Решить уравнение $x+\frac{6}{x-2}=\frac{3x}{x-2}$;
3. Решить уравнение $(x+7)(x^2-3x+2)=(2x-14)(x-1)^2$;
4. Решить уравнение $x^4-5x^2-36=0$;
5. Решить уравнение $\sqrt{4+2x-x^2}=x-2$;

Ответы: **1.** $x=7{,}6$; **2.** $x=3$; **3.** $x_1=-7$, $x_2=1$; **4.** $x_1=-3$, $x_2=3$; **5.** $x=3$.

Тема 4. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Система линейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Методы решения:

1) Метод подстановки. В одном из уравнений выражается одна из переменных, и полученное выражение подставляется во второе уравнение.
2) Метод алгебраического сложения. Складывая или вычитая уравнения системы, взятые с некоторыми коэффициентами, исключают из уравнения одну из переменных.

Основным методом решения нелинейных систем является метод подстановки.

4.1	**Решить систему уравнений метод алгебраического сложения:** $\begin{cases} 2x + 3y = 8, \\ 3x + 2y = 7; \end{cases}$ Будем исключать переменную x. Для этого умножим первое уравнение на 3, а второе на 2 и вычтем из первого уравнения второе: Найдем переменную y=__________. Подставим найденное значение в любое из уравнений исходной системы и найдем x: Ответ:

4.2	**Решить систему уравнений методом подстановки** $\begin{cases} 2x+7y=15, \\ x-2y=2; \end{cases}$ Выразите *x* из второго уравнения *x*= ___________. Полученное выражение подставьте в первое уравнение и найдите *y*: Найденное *y* подставьте в уравнение подстановки и найдите *x*: Ответ:
4.3	**Решить систему уравнений** $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=-\dfrac{3}{4}, \\ \dfrac{x-1}{y+2}=-\dfrac{2}{3}; \end{cases}$ Для упрощения системы используйте свойство пропорции $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \quad (b \neq 0, d \neq 0)$ После приведения подобных решите полученную линейную систему уравнений.

Ответ:

4.4	**Решить систему уравнений** $\begin{cases} y^2 - x = 14, \\ 3y + x = 4; \end{cases}$ Решение: Ответ:

Задания для самопроверки

1. Решить систему уравнений $\begin{cases} -2x+5y=7, \\ 7x+10y=3; \end{cases}$

2. Решить систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{x+3y}{5}+\dfrac{x-y}{2}=1, \\ \dfrac{x+3y}{5}-\dfrac{x-y}{2}=3; \end{cases}$

3. Решить систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{1}{y}+\dfrac{3}{x}=4, \\ xy=1; \end{cases}$

4. Решить систему уравнений $\begin{cases} x-y=-1, \\ y^2-2x=26; \end{cases}$

Ответы: **1.** $(-1;1)$ **2.** $(1;3)$; **3.** $(1;1),(3;\frac{1}{3})$; **4.** $(5;6),(-5;-4)$.

Тема 5. ПРОЦЕНТЫ

1 % от а – одна сотая доля (часть) от а.

Чтобы найти часть *от* числа, нужно это число *умножить* на данную дробь, поэтому:

$p\%$ от а равно $\dfrac{p}{100}\cdot a$

Чтобы узнать, сколько одно число b составляет процентов от другого а, надо первое число разделить на второе и результат умножить на 100%: $\dfrac{b}{a}\cdot 100\%$

Увеличение числа на р% означает, что число стало составлять (100+р)%.
Уменьшение числа на р% означает, что число стало составлять (100–р)%.
В задачах на проценты важно *от чего* процент считается, если об этом не сказано прямым текстом, то обязательно подразумевается. При последовательном изменении величины, проценты подразумеваются от последнего значения.
Для решения задач на проценты часто составляют пропорцию:

a – 100%

x – $p\%$ и используют ее свойство: $a\cdot p = x\cdot 100$.

5.1	На сколько процентов перевыполнил свое задание рабочий, если он изготовил 374 деталей вместо 275 по норме? Составьте пропорцию: 275 – 100% 374 – p% Найдите p=_____________________________ Найдите на сколько процентов рабочий перевыполнил норму: _______________________________________ Ответ:
5.2	Шариковая ручка стоит 8 руб. Какое наибольшее число таких ручек можно купить на 500 рублей после повышения цены на 15%. Найдите цену ручки после повышения: 115% от 8 руб. = ______________________________ Определите сколько таких ручек можно купить на 500 руб. ____ Ответ:
5.3	Цена на электрический чайник была повышена на 17% и составила 2340 руб. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены? Составим пропорцию 2340 – 117% x – 100% Используем свойство пропорции для нахождения x = ____ Ответ:

5.4	Рабочий день уменьшился на 4 %, а выпуск изделий вырос на 8%. На сколько процентов увеличилась производительность труда? Пусть x – количество изделий, y – время рабочего дня и $\frac{x}{y}$ – производительность труда. Тогда рабочий день после уменьшения 96% от y =__________________________________ Количество изделий после увеличения 108 % от x = ________________________________ Новая производительность труда равна ________________________ Следовательно, производительность труда увеличилась на _______% Ответ:
5.5	Цену товара сначала снизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 10 процентов и, наконец, после пересчета произвели снижение еще на 5%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара? Пусть x – первоначальная цена товара Тогда, цена товара после первого понижения 80% от x =__________________________________ цена товара после второго понижения 90% от _______=___________________________ цена товара после третьего понижения 95% от __________=__________________________ Новая цена составляет ______________% от первоначальной цены. Следовательно, на __________________% понизилась цена товара. Ответ:

5.6	Рабочий день уменьшился с 8 до 7 ч. На сколько процентов нужно повысить производительность труда, чтобы при тех же расценках заработная плата возросла на 5 %. Пусть x – первоначальная производительность труда, y – новая производительность труда. $8x$ – первоначальный объем продукции, 7у – объем продукции после повышения производительности. Так как расценки одинаковые, то объем продукции также вырос на 5%. Составляем пропорцию и находим $\frac{y}{x}$. Значит новая производительность труда составляет ____________% Находим на сколько надо ее повысить первоначальную производительность ____% Ответ:

Задания для самопроверки

1. Цена товара была повышена на 25%. На сколько процентов надо теперь ее снизить, чтобы получить первоначальную цену товара?
2. Раньше Вася решал правильно две задачи на проценты из двадцати. После изучения темы, Вася стал решать правильно 16 задач из 20. На сколько процентов поумнел Вася? За стопроцентный ум считаем 20 решённых задач.
3. Красивая тетрадка летом стоила 40 рублей. Перед началом учебного года, продавец поднял цену на 25%. Однако, тетрадки стали покупать так плохо, что он снизил цену на 10%. Через некоторое время, в связи с плохой продажей, ему пришлось снова снизить цену ещё на 15%. Какова стала окончательная цена тетрадки?

4. Клиент взял в банке кредит 3000 рублей на год под 12%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?
5. По пенсионному вкладу банк выплачивает 10 % годовых. По истечению каждого года эти проценты капитализируются, то есть начисленная сумма присоединяется к вкладу. На данный вид вклада был открыт счет в 50000 рублей, который не пополняли и с которого не снимали деньги в течении 3-х лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

Ответы: **1.** На 20%; **2.** На 70 %; **3.** 38,25; **4.** 280; **5.** 66550.

Тема 6. ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Математическая модель - это способ описания реальной жизненной ситуации (задачи) с помощью математического языка.
Алгоритм решения задач:

1) Выбор и обозначение переменных;
2) Составление уравнений (возможно неравенств) с использованием неизвестных и всех условий задачи;
3) Решение полученных уравнений (неравенств);
4) Отбор решений по смыслу задачи.

Задачи на движение: $S = v \cdot t$, где s – пройденный путь, v – скорость (количество пути в единицу времени), t – время.
При встречном движении двух объектов со скоростями v_1 и v_2 , скорость сближения равна: $v_1 + v_2$. Если в некоторый момент времени расстояние между ними равно s км, то они встретятся через $\frac{s}{v_1 + v_2}$.

При движении в одну сторону ($v_1 > v_2$) скорость сближения равна $v_1 - v_2$. Время, за которое первый догонит второго, равно $\frac{s}{v_1 - v_2}$.

При движении по течению реки скорость объекта складывается из его скорости в стоячей воде и скорости течения реки. При движении против течения реки, скорость объекта равна разности скорости объекта в стоячей воде и скорости течения реки. Движущийся плот всегда имеет скорость течения реки.

Задачи на работу: $A = p \cdot t$, где A – работа, p – производительность (количество работы в единицу времени), t – время.

При одновременной совместной работе нескольких объектов их общая производительность равна сумме производительностей отдельных объектов.

Если в условии задачи не определен объем работы, тогда принимают работу равной единице и измеряют часть такой работы в долях от единицы.

Задачи на смеси:

При смешивании двух и более числа составов совокупный объем (масса) каждого компонента равен сумме объемов (масс) этого компонента в каждом составе. Компоненты составов могут быть заданы как в процентном отношении, так и в отношении компонент. Если отношение масс (объемов) двух компонент смеси равно m:n, то первый компонент составит $\frac{m}{m+n}$ - ю часть массы смеси, а второй $\frac{n}{m+n}$ - ю часть массы смеси.

6.1	У пристани пришвартованы 6 двух и трехместных лодок, на которых может поместиться 14 человек. Найти количество двухместных лодок. Пусть x – количество двухместных лодок, Тогда трехместных ___________________. На двухместных можно перевезти _______________ человек, на трехместных можно перевезти ________________ человек. Получаем уравнение и решаем его: Ответ:
6.2	Велосипедист ехал 3 часа по лесной дороге и 2 часа по шоссе, всего он проехал 68 км. Скорость его по шоссе была на 4 км/час больше,

	чем скорость на лесной дороге. С какой скоростью велосипедист ехал по лесной дороге и с какой по шоссе? Пусть x км/ч – скорость велосипедиста по лесной дороге, тогда ________км/ч – скорость по шоссе. За три часа по лесной дороге велосипедист проехал ________ км, за два часа по шоссе __________________ км. Весь путь по условию 68 км. Получаем уравнение Решаем его: Ответ:
6.3	От пристани против течения реки отправилась моторная лодка, собственная скорость которой равна 10 км/ч. Через 45 минут после выхода у лодки испортился мотор, и лодку течением реки через 3 часа принесло обратно к пристани. Какова скорость течения реки? Пусть x км/ч – скорость течения реки, тогда скорость лодки против течения равна _____________ км/ч . За 45 мин = _______ часа лодка прошла ____________________ км. По течению реки за 3 часа лодка прошла __________________ км. Приравнивая расстояния, получаем уравнение Весь путь по условию 68 км. Получаем уравнение: Решаем его: Ответ:

6.4	Заказ по выпуску машин завод должен выполнить за 20 дней, но уже за 18 дней завод перевыполнил план на 6 машин, так как ежедневно выпускал на 3 машины сверх плана. Сколько машин выпустил завод? Пусть x – количество машин в день по плану, Для удобства заполните таблицу:

	A	p	t
По плану	___________	x	20
Фактически	___________	_________	18

Так как завод перевыполнил план на 6 машин, т.е. фактическое количество машин на 6 больше планового.

Получаем уравнение и решаем его:

Находим сколько машин завод выпустил фактически:

____

Ответ:

6.5	Две бригады, работая вместе, могут закончить уборку урожая за 8 дней. Если первая бригада будет работать 3 дня, а вторая 12 дней, то они выполнят ¾ всей работы. За сколько дней может закончить уборку урожая каждая бригада, работая отдельно? Пусть весь объем работы равен 1. Тогда две бригады, работая вместе за один день выполнят _________ часть работы. Что является их общей производительностью. Пусть x – производительность первой бригады, тогда за 3 дня она выполнит _______ часть работы. Производительность второй бригады равна разности общей производительности и производительности первой бригады_______________________________ Это часть работы, выполненная за один день, тогда за 12 дней вторая бригада выполнит _______________________ часть работы. Из условия известно, что они вместе выполнят ¾ всей работы. Получаем уравнение и решаем его: [ ] Тогда время за которое первая бригада закончит уборку урожая работая отдельно $t=\frac{A}{p}=$ ____________________. Производительность второй бригады равна ___________________ Время за которое вторая бригада, работая отдельно, выполнит уборку урожая равно $t=\frac{A}{p}=$ ________________________. Ответ: [ ]

6.6	За первую поездку на автомобиле израсходовали 25% бензина, имевшегося в баке, затем во вторую поездку израсходовали 20% остатка. После этого в баке осталось бензина на 2 л. больше, чем было израсходовано за две поездки. Сколько литров бензина было в баке первоначально? Пусть x – литров бензина было в баке первоначально, тогда за первую поездку израсходовали 25% от x = _________________ л, в баке осталось ____ л. За вторую поездку израсходовали 20 % от ______________ л. = ________________________________ л. За две поездки израсходовано _____________________________ л. После двух поездок в баке осталось __________________________ л. Составляем уравнение и решаем его: Ответ:
6.7	Смешали 4 л 15%-ного раствора соли с 5 л 20%-ного соли. После этого к смеси добавили 1 л чистой воды. Какова концентрация полученной смеси? Найдем сколько соли в каждом растворе. В первом растворе 15% от 4 л. =_______________________________ Во втором растворе 20% от 5 л. = ______________________________ После смешивания ____ Общая масса после смешения двух растворов и воды: ___________ Концентрация соли: Ответ:

6.8	Имеется 1 литр 6% раствора спирта. Сколько литров 3%-ного раствора спирта нужно добавить в первый раствор, чтобы получить 5% раствор? Пусть x – литров 3%-ного раствора спирта нужно добавить в первый раствор. Найдем сколько чистого спирта в каждом из растворов: в первом 6% от 1 литра = ________________________________ во втором 3% от x литров = _____________________________ в итоговом растворе 5% от __________ = ___________________ Спирт в первом и во втором растворах равен спирту в итоговом растворе. Получаем уравнение и решаем его: Ответ:

Задания для самопроверки

1. Из пунктов А и В, расстояние между которыми 58 км, отправились одновременно навстречу друг другу пешеход и велосипедист. Скорость пешехода на 8 км/ч меньше скорости велосипедиста. Найти скорость каждого, если известно, что встретились они через 3ч и пешеход сделал в пути остановку на 20 минут.
2. Две бригады вместе должны изготовить 270 изделий. К середине дня первая бригада выполнила 60% своего задания, а вторая – 70% своего. При этом первая бригада изготовила на 6 изделий больше чем вторая. Сколько изделий должна изготовить каждая бригада?
3. Комплект из открытки, конверта и блокнота стоит 65 рублей. Конверт на 35 рублей дешевле блокнота и в 4 раза дешевле открытки. Сколько стоят открытка, конверт и блокнот?
4. Два крана наполняют чан водой. Один кран заполняет чан на 22 мин дольше другого. Если они работают вместе, то чан наполнится водой за 1 час. Сколько минут потребуется работать каждому крану, чтобы наполнить чан?

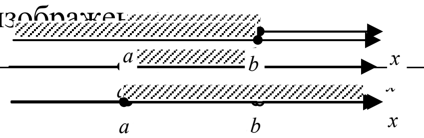
5. Ваш нынешний оклад 120000 рублей в год. Ваш начальник предлагает вам на выбор два варианта, по которым может рассчитываться ваша зарплата. Зарплата будет выдаваться каждые 6 месяцев.
   1) Первоначальный годовой оклад будет увеличиваться через каждые 12 месяцев на 2000 рублей.
   2) Ваша зарплата будет увеличиваться каждые 6 месяцев на 500 рублей.

   Какой вариант выгоднее вам?

   Ответы: **1.** 6 км/ч и 14 км/ч; **2.** 120 и 150 деталей; **3.** 20, 5 и 40 рублей; **4.** 132 и 110 минут; **5.** Второй вариант.

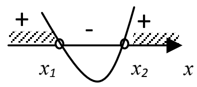
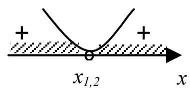
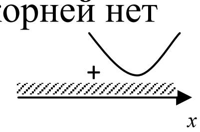
Тема 7. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА. МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ

Числовые промежутки

название	определение	обозначение	изображение
отрезок	$a \le x \le b$	$[a; b]$	
интервал	$a < x < b$	$(a; b)$	
полуинтервал	$a < x \le b$ $a \le x < b$	$(a; b]$ $[a; b)$	
луч	$x \le b$ $x \ge a$	$(-\infty; b]$ $[a; \infty)$	

Простейшие рациональные неравенства

№	Вид уравнения	Условия	Решение
1	**линейное** $ax > b$ ($a \neq 0$) ($ax<b$; $ax \ge b$; $ax \le b$)	b – любое a>0	$x > \frac{b}{a}$ $x \in \left(\frac{b}{a}; +\infty\right)$

		b – любое a<0	$x<\frac{b}{a}$ $x\in\left(-\infty;\frac{b}{a}\right)$
2	**квадратное** $ax^2+bx+c>0$ ($a\neq0$) ($ax^2+bx+c>0$; $ax^2+bx+c\le 0$; $ax^2+bx+c\ge 0$)	$D=b^2-4ac>0$	a>0 $ax^2+bx+c=0$ $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$  $x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$
		D=0	a>0 $x_{1,2}=\frac{-b}{2a}$  $x\in(-\infty;x_{1,2})\cup(x_{1,2};+\infty)$
		D<0	a>0 корней нет  $x\in(-\infty;+\infty)$

Неравенства вида $f(x)>0$ или $f(x)<0$ называются строгими неравенствами

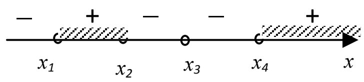
Неравенства вида $f(x)\le 0$ или $f(x)\ge 0$ называются нестрогими неравенствами

Метод интервалов решения рациональных неравенств

$f(x)=\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$, где $P_n(x)$ и $Q_m(x)$ – многочлены степени n и m соответственно.

***f*(*x*) > 0** ($f(x) < 0$, $f(x) \le 0$, $f(x) \ge 0$)

1) D(f) или ОДЗ неравенства: $Q_m(x) \neq 0$, $x \neq x_1$, $x \neq x_2$ (точки выколотые)
2) Нули функции $f(x) = 0$: $P_n(x)=0$, $x = x_3$, $x = x_4$ (неравенство строгое – точки выколотые, нестрогое – закрашенные)
3) Отмечаем найденные точки на числовой прямой и расставляем знак функции $f(x)$ на каждом интервале



В ответ выбираем интервалы, соответствующего знака. В нашем случае больше нуля: $x \in (x_1;x_2) \cup (x_4;+\infty)$.

Система неравенств

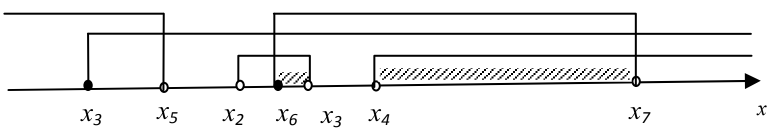
Пусть дана система неравенств $\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) \ge 0, \\ \varphi(x) \le 0. \end{cases}$.

Для ее решения:

1) решаем каждое неравенство системы отдельно, т.е. находим множество его решений;
2) находим множество, являющееся пересечением найденных множеств.

Возможны различные варианты оформления решения системы неравенств, один из них:

Отмечаем все решения на одной прямой на соответствующем уровне:



Выбираем те интервалы, где имеются все отмеченные уровни:

$x \in [x_6;x_3) \cup (x_4;x_7)$

7.1	**Решить неравенство** $x(x-6) \le 0$ Данное неравенство является квадратным. Найдите корни уравнения $x(x-6)=0$ ____ Отметьте найденные точки на числовой прямой $\longrightarrow x$ Нарисуйте параболу, проходящую через эти точки (ветви вверх) и расставьте знаки квадратного трехчлена. Выберите интервалы, являющиеся решением неравенства: ____ Ответ:
7.2	**Решить неравенство** $-x^2+4x-4 \ge 0$ Решите квадратное уравнение $-x^2+4x-4=0$ D=________________________ Корни уравнения: ___________________________ Отметьте найденные точки на числовой прямой и расставьте знаки квадратного трехчлена (можно нарисовать параболу ветви которой направлены вниз) $\longrightarrow x$ Выберите интервалы, являющиеся решением неравенства: ____ Ответ:

7.3	**Решить систему неравенств** $\begin{cases} x^2 \le 4, \\ -4x - 4 < 0, \\ -x^2 - 6x - 10 < 0 \end{cases}$ Решите первое неравенство (квадратное): Решите второе неравенство (линейное): Решите третье неравенство (квадратное): Тогда решение системы: Ответ:
7.4	**Решить неравенство** $\frac{1}{x} \le 2.$ Перенесите все в одну часть и приведите к общему знаменателю:

	Решите неравенство методом интервалов: $f(x) = \boxed{}$, $f(x) \le 0$ 1. D(f) или ОДЗ неравенства: ________________ 2. Нули функции $f(x)$: ______________________ 3. Отметьте все найденные точки на числовой прямой: $\xrightarrow{} x$ и расставьте знаки функции $f(x)$ на каждом интервале. Выберите интервалы, где функция имеет знак «–». Ответ: $\boxed{}$
7.5	**Решить неравенство** $\frac{(x+2)(x-5)}{3-x} \ge 0$. Решите неравенство методом интервалов: $f(x) = \boxed{}$, $f(x) \ge 0$ 1. D(f) или ОДЗ неравенства: ________________ 2. Нули функции $f(x)$: ______________________ 3. Отметьте все найденные точки на числовой прямой: $\xrightarrow{} x$ и расставьте знаки функции $f(x)$ на каждом интервале. Выберите интервалы, где функция имеет знак «+». Ответ: $\boxed{}$

7.6	**Решить систему неравенств**: $\begin{cases} \dfrac{x-4}{2x-3}<1, \\ \dfrac{x+4}{3x+1}\geq\dfrac{1}{2}. \end{cases}$ Решите первое неравенство: Решите второе неравенство: Тогда решение системы: Ответ:

<table>
<tr><td>7.7</td><td>

Найти область определения функции

$$y=\sqrt{\frac{x^2-7x+12}{x^2-2x-3}}$$

Используйте область определения корня квадратного (подкоренное выражение ≥ 0)

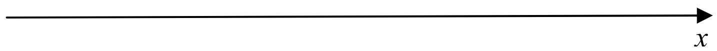
____

Решите неравенство методом интервалов:

1)

2)

3)



Ответ:

</td></tr>
<tr><td>7.8</td><td>

Решить неравенство

$(x^2-4)\cdot\sqrt{x+3}\le 0$

Решите неравенство методом интервалов

$f(x)$ = $\boxed{}$, $f(x)\le 0$

1) Найдите ОДЗ неравенства

</td></tr>
</table>

2) Нули функции

3) На числовой прямой отметьте ОДЗ и найденные точки

$$\xrightarrow{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}\ x$$

и расставьте знаки функции на каждом интервале.
Выберите в ответ множество точек, где функция ≤ 0.

Ответ:

Задания для самопроверки

1. Решить неравенство $3x - 2x^2 \ge 0$;
2. Решить систему неравенств $\begin{cases} x^2 \le 9, \\ 1 - 2x < 0, \\ x^2 - 4x + 10 \ge 0. \end{cases}$;
3. Решить неравенство $\dfrac{(x-2)(x+4)}{1-x} \ge 0$;
4. Решить неравенство $\dfrac{1}{x} \le \dfrac{2}{x-2}$;
5. Найти область определения функции $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 6}} + \dfrac{1}{\sqrt{36 - x^2}}$.

Ответы: **1.** (1,5; 3] ; **2.** (½; 3] ; **3.** (–∞; 4] ∪ (1; 2] ; **4.** (–2; 0) ∪ (2; +∞) ;

5. (–6; –4] ∪ [4; 6).

Тема 8. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С МОДУЛЕМ

Модулем или абсолютной величиной действительного числа называется само число, если оно неотрицательно и противоположное ему число, если оно отрицательно, т.е. $|a| = \begin{cases} a, \text{ если } a \geq 0, \\ -a, \text{ если a<0.} \end{cases}$

a называется подмодульным выражением. Из определения следует, что $|\mathrm{a}| \geq 0$.

Свойства модуля:

1) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|;$
2) $|a| = |-a|;$
3) $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|};$
4) $|a+b| \leq |a| + |b|;$
5) $|a|^2 = a^2$
6) $\sqrt{a^2} = |a|$
7) $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a,$ где $a \geq 0;$
8) $|x| \geq a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq -a, \\ x \geq a \end{array}\right.,$ где $a \geq 0;$

Метод интервалов знакопостоянства для раскрытия модуля

1) Находят точки, где подмодульные выражения обращаются в нуль;
2) Отмечают найденные точки на числовой прямой с учетом ОДЗ;
3) Расставляют знаки подмодульных выражений на всех интервалах знакопостоянства;
4) Рассматривают каждый интервал раскрывая модуль.

Частные случаи уравнений с модулем

1) $|f(x)| = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = a, \\ f(x) = -a \end{array}\right.,$ где $a \geq 0;$

2) $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x); \end{array}\right.$

<table>
<tr><td>8.1</td><td>Решить уравнение
$|x-2| = 2x+3$
Так как по определению модуля
$|x-2| = \begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{ ,если } x-2 \geq 0, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \text{ ,если } x-2 < 0, \end{cases}$
то данное уравнение равносильно совокупности двух систем
$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-2 \geq 0, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 2x+3, \end{cases} \\ \begin{cases} x-2 < 0, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 2x+3. \end{cases} \end{array} \right.$
Решаем полученные системы:

Ответ:</td></tr>
<tr><td>8.2</td><td>Решить уравнение
$|4x-5| = |x^2-1|$
Используйте частный случай уравнений с модулем. Решите каждое из полученных уравнений:

Ответ:</td></tr>
</table>

8.3	**Решить уравнение** $\lvert 2-x\rvert-\lvert x-1\rvert=x-2$ Используйте метод интервалов знакопостоянства: 1) Найдите точки, где подмодульные выражения обращаются в нуль: ________________________ 2) Отметьте найденные точки на числовой прямой: $2-x$ $x-1$ ⟶ x 3) Расставьте знаки подмодульных выражений на всех интервалах знакопостоянства (слева указаны подмодульные выражения); 4) Раскройте модуль на каждом из интервалов, учитывая знак подмодульного выражения. Получаем совокупность трех систем: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<\_\_\_,\\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_=x-2,\end{cases}\\ \begin{cases}\_\_\_\le x<\_\_\_,\\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_=x-2,\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge\_\_\_\_,\\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_=x-2.\end{cases}\end{array}\right.$ Решите полученные системы: Ответ:

8.4	**Решить уравнение** $\lvert x-3\rvert - \lvert x+2\rvert = 5$ Используйте метод интервалов знакопостоянства: 1) Найдите точки, где подмодульные выражения обращаются в нуль: ________________________________ 2) Отметьте найденные точки на числовой прямой: $x-3$ $x+2$ $\xrightarrow{\hspace{8em}} x$ 3) Расставьте знаки подмодульных выражений на всех интервалах знакопостоянства (слева указаны подмодульные выражения); 4) Раскройте модуль на каждом из интервалов, учитывая знак подмодульного выражения. Получаем совокупность трех систем: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x < \_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 5, \end{cases} \\ \begin{cases} \_\_\_ \le x < \_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 5, \end{cases} \\ \begin{cases} x \ge \_\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 5. \end{cases}\end{array}\right.$ Решите полученные системы: Ответ:

8.5	**Решить неравенство** $\lvert 3-x\rvert \le 5$ Используйте свойство модуля: $\_\_\_\_ \le 3-x \le \_\_\_\_$. Вычтите 3 из всех трех частей: $\_\_\_\_ \le -x \le \_\_\_\_$. Умножьте все части двойного неравенства на –1 (не забудьте поменять левую и правую части местами, что соответствует смене знаков в двойном неравенстве). $\_\_\_\_ \le x \le \_\_\_\_$ Ответ:
8.6	**Решить неравенство** $\lvert 5-2x\rvert > 2-x$ Так как по определению модуля $\lvert 5-2x\rvert = \begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_ & \text{,если } 5-2x \ge 0, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ & \text{,если } 5-2x < 0, \end{cases}$ то данное неравенство равносильно совокупности двух систем неравенств $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 5-2x \ge 0, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ > 2-x, \end{cases} \\ \begin{cases} 5-2x < 0, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ > 2-x. \end{cases} \end{array} \right.$ Решите полученные системы:

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Решение совокупности систем неравенств:

____
Ответ:

</td>
</tr>
<tr>
<td>8.7</td>
<td>Решить неравенство
$|x+1|+|x-2|<7$
Используйте метод интервалов знакопостоянства:
1) Найдите точки, где подмодульные выражения обращаются в нуль: ____
2) Отметьте найденные точки на числовой прямой:
$x+1$
$x-2$
x
3) Расставьте знаки подмодульных выражений на всех интервалах знакопостоянства (слева указаны подмодульные выражения);
4)) Раскройте модуль на каждом из интервалов, учитывая знак подмодульного выражения. Получаем совокупность трех систем:
$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_<7,\end{cases}\\ \begin{cases}\_\_\_\le x<\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_<7,\end{cases}\\ \begin{cases}x\ge\_\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_<7.\end{cases}\end{array}\right.$
Решите полученные системы:

</td>
</tr>
</table>

Ответ:

Задания для самопроверки

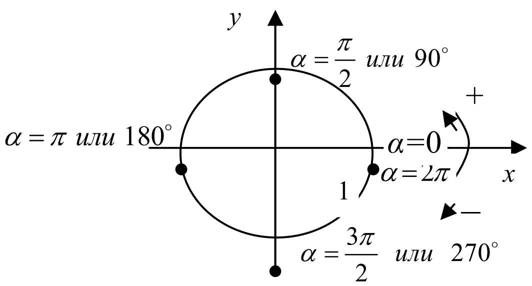
1. Решить уравнение $|2x-3|=7$;
2. Решить уравнение $|x^2-9|+|2-x|=5$;
3. Решить уравнение $|4-5x+x^2|=|2x-3-x^2|$;
4. Решить неравенство $|3x-5|\geq 7$;
5. Решить уравнение $x^2+5|x|-24>0$;

Ответы: **1.** $x_1=-2$; $x_2=5$; **2.** $x_1=-3$; $x_2=2$; $x_3=\frac{-1+\sqrt{65}}{2}$; **3.** $x=\frac{1}{3}$;

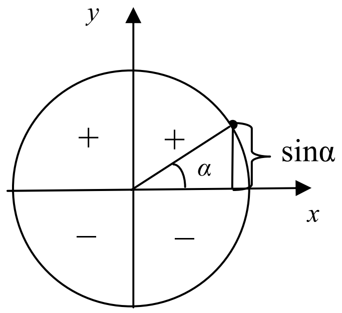
4. $(-\infty; -\frac{2}{3}] \cup [4; +\infty)$; **5.** $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

Тема 9. ТРИГОНОМЕТРИЯ

Рассмотрим единичную окружность: окружность с центром в начале координат и радиусом равным единице. Каждой точке лежащей на единичной окружности поставим в соответствие угол α, угол между радиусом, проведенным в точку и положительным направлением оси OX. Если α положительный, то он откладывается против часовой стрелки, если отрицательный – по часовой стрелки.



sinα– ордината точки, лежащей на единичной окружности, т.е. **sin*α* – *y***



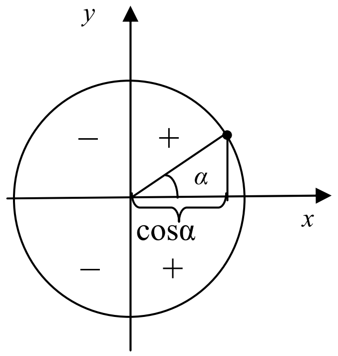
sin(–α)= –sinα – нечетная функция

sin(α+2π*n*)=sinα, где $n \in Z$

T=2π – наименьший период

$\sin\alpha \in [-1;1]$

cos*α* – абсцисса точки, лежащей на единичной окружности, т.е. **cos*α* – *x***



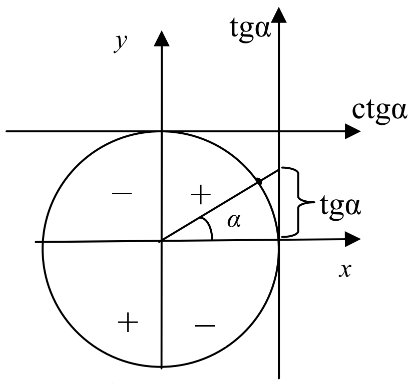
cos(–α)=sinα – четная функция

cos(α+2π*n*)=cosα, где $n \in Z$

T=2π – наименьший период

$\cos\alpha \in [-1;1]$

$\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\ \alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi n,$ где $n \in Z$ $\mathrm{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha},\ \alpha \neq \pi n,$ где $n \in Z$



tg(–α)= –tgα – нечетная функция

ctg(–α)= –ctgα – нечетная функция

tg(α+π*n*)=tgα, где $n \in Z$

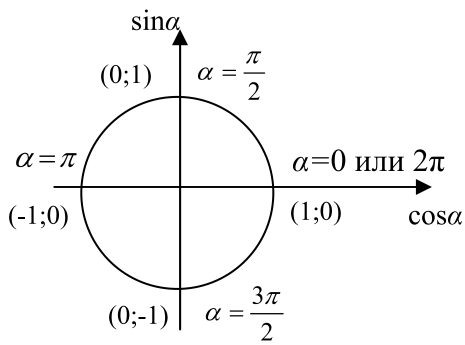
ctg(α+π*n*)=ctgα, где $n \in Z$

T=π – наименьший период

$\mathrm{tg}\alpha \in \mathrm{R},\ \ \mathrm{ctg}\alpha \in \mathrm{R}$

Табличные значения:

α	$\frac{\pi}{6}$ (30º)	$\frac{\pi}{4}$ (45º)	$\frac{\pi}{3}$ (60º)
sinα	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosα	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tgα	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
ctgα	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$



Формулы приведения выражают тригонометрические функции от аргументов

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2}\pm\alpha \\ \pi\pm\alpha \\ \frac{\pi}{2}\pm\alpha \\ 2\pi\pm\alpha \end{cases}$$ через тригонометрические функции аргумента **α**

1) Определяют *четверть*, в которой расположен аргумент, считая α острым углом;

2) Выясняют *знак* исходной функции в полученной четверти и ставят его перед функцией;

3) Если угол равен $\pi \pm \alpha$ или $2\pi \pm \alpha$, то *название* функции сохраняется, если угол равен $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ или $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то название функции меняется: синус на косинус, тангенс на котангенс и наоборот.

Основные тригонометрические формулы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{ctg}\alpha = 1$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad 1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad 1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Формулы сложения аргументов

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta \qquad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\mathrm{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\mathrm{tg}\alpha \pm \mathrm{tg}\beta}{1 \mp \mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{tg}\beta}$$

Формулы двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha \qquad \cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \\ 1 - 2\sin^2\alpha \end{cases}$$

$$\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1 - \mathrm{tg}^2\alpha}$$

Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta=\frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$$

$$1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2} \qquad 1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

Формулы преобразования произведения в сумму

$$\sin\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right)$$

$$\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right)$$

Формулы половинного угла

(знак выбирается в зависимости от четверти, где лежит $\frac{\alpha}{2}$)

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} \qquad \cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos2\alpha}{2} \qquad \cos^2\alpha=\frac{1+\cos2\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{1}{2}\sin2\alpha \qquad \sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha$$

Формулы выражения синуса и косинуса через тангенс половинного угла

$$\sin\alpha=\frac{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}} \qquad \cos\alpha=\frac{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$$

Обратные тригонометрические функции

$$\arcsin\mathrm{a}=\alpha\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Leftrightarrow\sin\alpha=\mathrm{a},\ \ \mathrm{a}\in[-1;1]$$

$$\arccos\mathrm{a}=\alpha\in[0;\pi]\Leftrightarrow\cos\alpha=\mathrm{a},\ \ \mathrm{a}\in[-1;1]$$

$\text{arctg a} = \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \text{tg}\alpha = \text{a}, \ \text{a} \in \text{R}$

$\text{arcctg a} = \alpha \in (0; \pi) \Leftrightarrow \text{ctg}\alpha = \text{a}, \ \text{a} \in \text{R}$ Из *определений* следует:

sin(arcsin a)=a cos(arcos a)=a tg(arctg a)=a ctg(arcctg a)=a

arcsin(sinα)=α, если $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ arccos(cosα)=α, если $\alpha \in [0; \pi]$

arctg(tg a)=α, если $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ arcctg(ctgα)=α, если $\alpha \in (0; \pi)$

arcsin(–a)= –arcsin a arccos(–a)= π–arccos a

arctg(–a)= –arctg a arcctg(–a)= π–arcctg a

arcsin a+ arccos a= $\frac{\pi}{2}$ arctg a+ arcctg a= $\frac{\pi}{2}$

Простейшие тригонометрические уравнения

№	Вид уравнения	Условие	Решение
1	$\sin x = a$	$a \in (0;1)$	$x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$
		$a=0$	$x = \pi n,\ n \in Z$
		$a=1$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$
		$a=-1$	$x = -\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$
	$\sin x = -a$	$a \in (0;1)$	$x = (-1)^{n+1} \cdot \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$
		$\lvert a \rvert > 1$	решений нет
2	$\cos x = a$	$a \in (0;1)$	$x = \pm\arccos a + 2\pi n,\ n \in Z$
		$a=0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$
		$a=1$	$x = 2\pi n,\ n \in Z$
		$a=-1$	$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$
		$a \in (0;1)$	$x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi n,\ n \in Z$

	$\cos x = -a$	$\lvert a \rvert > 1$	решений нет
3	$\mathrm{tg}x = a$	$a \in \mathrm{R}$	$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi n, \; n \in Z$
4	$\mathrm{ctg}x = a$	$a \in \mathrm{R}$	$x = \mathrm{arcctg}\, a + \pi n, \; n \in Z$

<table>
<tr><td>9.1</td><td>Упростить выражение
$\cos^2(\pi - \alpha) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$
Примените формулы приведения и основное тригонометрическое тождество

Ответ:</td></tr>
<tr><td>9.2</td><td>Упростить выражение
$3\mathrm{tg}^2\alpha \cdot \left(\frac{3}{\sin^2\alpha} - 3\right)$
Приведите к общему знаменателю в скобках
$3\mathrm{tg}^2\alpha \cdot \left(\frac{3}{\sin^2\alpha} - 3\right) = 3\mathrm{tg}^2\alpha \cdot \left(\frac{}{\rule{3cm}{0.4pt}}\right) =$
Вынесите за скобку общий множитель

Примените основные тригонометрические формулы и</td></tr>
</table>

	сократите дробь. Ответ:
9.3	**Вычислить** $\cos\frac{161\pi}{3}+\sin\frac{98}{3}\pi$ Выделите целую часть в дробях $\frac{161}{3}$ и $\frac{98}{3}$. $\frac{161}{3}=53+\frac{2}{3}=54-\frac{1}{3}$ $\frac{98}{3}=$____________ Тогда аргумент косинуса равен $54\pi-\frac{\pi}{3}$ аргумент синуса ______________________________ Используя периодичность синуса и косинуса и формулы приведения, сведите к табличным значениям: Ответ:

9.4	**Найти значение выражения** $\frac{\sin^2 x+1}{5}$, если cos$x$=0,6 Примените основное тригонометрическое тождество $\sin^2 x = 1-\cos^2 x$, подставьте значение косинуса и вычислите Исходное выражение. Ответ:
9.5	**Найти значение выражения** $\frac{\cos x+1}{4}$, если $\mathrm{tg}x = \frac{3}{4}$, $x \in \left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$ Примените формулу $1+\mathrm{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ и вычислите cos$x$, используя условие $x \in \left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$ Ответ:
9.6	**Решить уравнение** sin3x= –1 Используйте решение простейших тригонометрических уравнений 3x=____ Найдите x

	____ Ответ: [ ]
9.7	**Решить уравнение** $2\cos^2 x + 5\cos x + 2 = 0$ Пусть $\cos x$=t, тогда уравнение примет вид ____ D=____ t_1 = _______________________________________ t_2 = _______________________________________ Вернитесь к старой переменной и решите простейшие тригонометрические уравнения: [ ] Ответ: [ ]

Задания для самопроверки

1. Упростить выражение $\sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \cos 3\alpha + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$;
2. Вычислить $2\sin 210^\circ + 4\cos 420^\circ + \mathrm{ctg} 405^\circ$;
3. Решить уравнение $\sqrt{2}\cos 2x = -1$;
4. Найти значение выражения $\frac{2\cos^2 x + 1}{5}$, если $\sin x = 0{,}4$;
5. Решить уравнение $2\cos^2 x - 1 = 0$;

Ответы: **1.** 0; **2.** 0; **3.** $x = \pm\frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in Z$; **4.**0,536; **5.** $x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

Тема 10. ЛОГАРИФМЫ. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ И ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$

a – основание логарифма $a>0$, $a\neq 1$

b – подлогарифмическое выражение $b>0$

$$a^{\log_a b} = b, \quad b>0 \text{ (основное логарифмическое тождество)}$$

$\log_a a = 1$ $\qquad\qquad$ $\log_a 1 = 0$

Свойства логарифма:

1) $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y,\ x>0,\ y>0$
2) $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y,\ x>0,\ y>0$
3) $\log_a x^k = k \cdot \log_a x,\ x>0,\ k \in R$
4) $\log_{a^p} x = \dfrac{1}{p} \cdot \log_a x,\ x>0,\ p \in R, p \neq 0$

Формулы перехода к новому основанию: $\log_a b = \dfrac{\log_c a}{\log_c b},\ a>0,\ b>0,\ c>0, c\neq 1$

$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a},\ b>0,\ b\neq 1$

$\lg x = \log_{10} x$ – десятичный логарифм

$\ln x = \log_e x$ – натуральный логарифм,

где $e \approx 2{,}718281828...$ – число Эйлера.

$b = \log_a a^b$ – число представлено в виде логарифма по основанию a

Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств

№	Вид уравнения или неравенства	Условие	Решение

1	$a^{f(x)} = b$	*a>0, b>0, a≠1*	$f(x) = \log_a b$
2	$a^{f(x)} = a^{g(x)}$	*a>0, a≠1*	$f(x) = g(x)$
3	$a^{f(x)} > a^{g(x)}$ $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ $a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$	*a>1*	$f(x) > g(x)$ $f(x) \geq g(x)$ $f(x) < g(x)$ $f(x) \leq g(x)$
4	$a^{f(x)} > a^{g(x)}$ $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$ $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ $a^{f(x)} \leq a^{g(x}$	*0< a <1*	$f(x) < g(x)$ $f(x) \leq g(x)$ $f(x) > g(x)$ $f(x) \geq g(x)$
5	$\log_a f(x) = b$	*a>0, a≠1*	$a^b = f(x)$
6	$\log_a f(x) = \log_a g(x)$	*a>0, a≠1* ОДЗ: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$ метод потенцирования
7	$\log_a f(x) > \log_a g(x)$ $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$ $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$	*a>1* ОДЗ: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x) > g(x), \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$ $\begin{cases} f(x) \geq g(x), \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$ $\begin{cases} f(x) < g(x), \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$ $\begin{cases} f(x) \leq g(x), \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$

8	$\log_a f(x) > \log_a g(x)$ $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$ $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$	*0< a <1* ОДЗ: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x) < g(x), \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$ $\begin{cases} f(x) \leq g(x), \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$ $\begin{cases} f(x) > g(x), \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$ $\begin{cases} f(x) \geq g(x), \\ \text{ОДЗ} \end{cases}$

10.1	**Вычислить:** $\log_3 \log_4 \sqrt[9]{4}$ Вычислите внутренний логарифм $\log_4 \sqrt[9]{4} =$ ______________ Тогда внешний логарифм равен ________________________ Ответ:
10.2	**Вычислить** $\log_3 8 - 2\log_3 2 + \log_3 \dfrac{9}{2}$ Примените свойства логарифма: $2\log_3 2 =$ ___________ Используйте первое и второе свойства логарифма: ____ ____ Ответ:

10.3	**Вычислить** $\log_7(49a)$, если $\log_a 7 = -\frac{1}{2}$ Примените первое свойство логарифма: $\log_7(49a) =$ ______________________________ = Вычислите первый логарифм, а во втором перейдите к основанию а: =____ Ответ:
10.4	**Решить уравнение** $8^{-1} \cdot \sqrt{4^{x+1}} = (0,25)^{0,5}$ Перейдите к основанию 2 используя: 8=2^3, 4=______, 0,25=___________ . После применения свойств степени
	получается уравнение (заполните показатели степени): $2^{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} = 2^{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$. Приравняйте показатели степени и решите полученное уравнение: Ответ:

10.5	**Решить неравенство** $27^{1-x} < 9^{1-2x}$ Перейдите к основанию 3, напишите неравенство для показателей степени и решите его: Ответ:
10.6	**Решить уравнение** $4\log_5 x - 3\log_5\left(\frac{25}{x}\right) = 1$ Найдите ОДЗ: ____ Занесите 4 и 3, стоящие перед логарифмов, в логарифм (третье свойство логарифма): ____

	Примените второе свойство логарифма и 1, стоящую в правой части, представьте в виде логарифма по основанию 5: $\log_5$ ________________ $= \log_5$ _______ Пропотенцируйте (отбросьте логарифмы) и решите полученное уравнение: Ответ:
10.7	**Решить уравнение** $4^{x+1} - 4^{x-2} = 252$ Вынесите за скобку наименьшую степень (не забудьте, что вынесение за скобку – это деление, а при делении степеней показатели степени вычитаются) ____ После вычисления в скобках, выразите степень и решите полученное уравнение: Ответ:

10.8	**Решить неравенство** $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(2x-1) \geq -4$ Найдите ОДЗ: __________________________________. Представьте число –4 в виде логарифма по основанию $\frac{1}{\sqrt{2}}$, используйте формулу $b = \log_a a^b$: –4=____________________ Получаем неравенство: $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(2x-1) \geq \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ _________ . Так как $\frac{1}{\sqrt{2}} < 1$, то при потенцировании знак неравенства меняется на противоположный: С учетом ОДЗ: Ответ:
10.9	**Решить уравнение** $3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ Сделайте замену переменной $3^x = t,\ t > 0$ и решите полученное уравнение: Вернитесь к старой переменной и найдите x: ____

	Ответ:

Задания для самопроверки

1. Вычислить $2\cdot 10^{\lg 14-\lg 4+\lg 5}$;
2. Решить уравнение $4^{x^2+\frac{x}{2}}=8$;
3. Решить уравнение $\log_7(x-6)=2$;
4. Решить неравенство $2\cdot 4^{x-3}\le 8^{2-3x}$;
5. Решить уравнение $\log_5^2 x-3\log_5 x+2=0$;

Ответы: **1.** 35; **2.** $x_1=-\dfrac{3}{2}$; $x_2=1$; **3.** $x=55$; **4.** $(-\infty;1]$; **5.** $x_1=5$; $x_2=25$;

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Антонов, В.А. Математика: учебное пособие для подготовки к единому государственному экзамену / В.А. Антонов, П.А.Ческидов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2009. – Ч.I. –173 с.
2. Антонов, В.А. Математика: учебное пособие для подготовки к единому государственному экзамену / В.А. Антонов, П.А.Ческидов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2009. – Ч.II. –207 с.
3. Васильев Ю.С. Математика. Система дистанционного образования: учебно-практическое пособие / Ю.С. Васильев, П.Г. Витовтов, А.С. Грищенко и др. – Челябинск: 2000. – 181 с.
4. Грищенко, А.С. Сборник задач для аудиторных и домашних заданий для 11 класса / А.С. Грищенко. – Челябинск: 2004. – 67 с.
5. Единый государственный экзамен 2009. Математика. ЕГЭ – М.: Интеллект-Центр, 2009. – 272 с.
6. Математика. Подготовка к ЕГЭ – 2009, вступительные испытания / под ред. Ф.Ф. Лысенко. – Ростов-на-Дону: Легион – 2008. – 400 с.
7. Математика. Подготовка к ЕГЭ – 2010. Учебно-тренировочные тесты / под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион – 2010. – 144 с.
8. Математика. Подготовка к ЕГЭ – 2011: учебно-методическое пособие / под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион – 2010. – 416 с.
9. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Единый государственный экзамен 2013. Математика. Учебное пособие./ А.В. Семенов, А.С. Трепалин, И.В. Ященко, П.И.Захаров; под редакцией И.В. Ященко; Московский центр непрерывного математического образования. – М.: Интеллект-Центр, 2013. – 80 с.
10. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы.: Учебное пособие / В.К. Егерев, В.В. Зайцев, Б.А. Кордемский и др.; Под ред. М.И. Сканави. – 6-е изд., М.: «Оникс 21 век», «Мир и Образование», «Альянс-В», 2003. – 608 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Студента ______________________________

(Фамилия И.О.)

____

(Фамилия И.О.)

Группа _________

Оценка __________________________

Преподаватель___________________

ОГЛАВЛЕНИЕ